Тренировочная работа

в формате ГИА

по МАТЕМАТИКЕ

19 ноября 2013 года

9 класс

Вариант МА90201

Район

Город (населённый пункт)

Школа

Класс

Фамилия

Имя

Отчество

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

Желаем успеха!

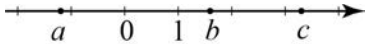
Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Запишите номера верных равенств.

1) $2\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$ 2) $\frac{11}{14}:3\frac{1}{7}=0{,}25$ 3) $1{,}75-2\frac{1}{3}=-\frac{7}{12}$ 4) $1{,}6:\left(\frac{2}{3}:\frac{5}{6}\right)=4$

Ответ: ___________________________.

2 На координатной прямой отмечены числа a, b и c.



Значение какого из следующих выражений отрицательно?

1) $-a$ 2) $a+c$ 3) $b-c$ 4) $c-a$

3 Представьте выражение $\frac{\left(c^{-3}\right)^4}{c^{-17}}$ в виде степени с основанием c.

1) c^{18} 2) c^{5} 3) c^{-29} 4) c^{-16}

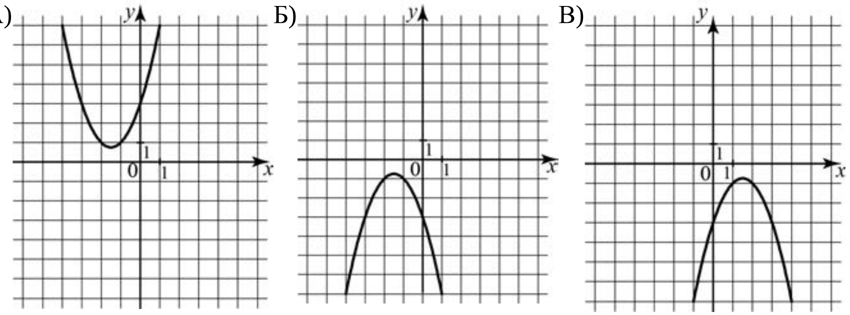
4 Решите уравнение $-2(5-3x)=7x+3$.

Ответ: ___________________________.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А) Б) В)



ФУНКЦИИ

1) $y=x^2+3x+3$ 3) $y=-x^2-3x-3$

2) $y=x^2-3x+3$ 4) $y=-x^2+3x-3$

	А	Б	В
Ответ:			

6 Арифметическая прогрессия задана условиями $a_1=-3{,}1$, $a_{n+1}=a_n+0{,}9$. Найдите сумму первых 19 её членов.

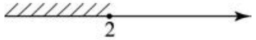
Ответ: ___________________________.

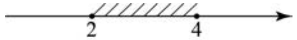
7 Найдите значение выражения $(2x+3y)^2-3x\left(\frac{4}{3}x+4y\right)$ при $x=-1{,}038$, $y=\sqrt{3}$.

Ответ: ___________________________.

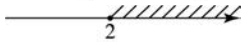
8 Решите систему неравенств $\begin{cases}2x-3\le 5,\\ 7-3x\le 1.\end{cases}$

На каком из рисунков изображено множество её решений?

1) 

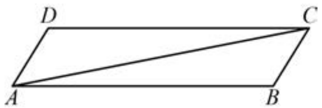
3) 

2) 

4) 

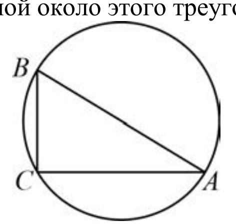
Модуль «Геометрия»

9 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC. Угол DAC равен 47°, а угол CAB равен 11°. Найдите больший угол параллелограмма $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



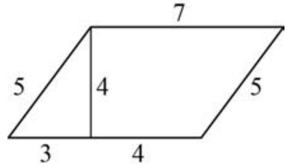
Ответ: ___________________________.

10 В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC=30$, $BC=5\sqrt{13}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



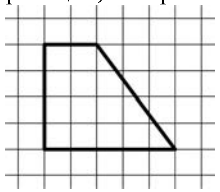
Ответ: ___________________________.

11 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: ___________________________.

12 Найдите синус острого угла трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: ___________________________.

13 Укажите номера верных утверждений.

1) Площадь трапеции равна половине высоты, умноженной на разность оснований.
2) Через любые две точки можно провести прямую.
3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести единственную прямую, перпендикулярную данной прямой.

Ответ: ___________________________.

Модуль «Реальная математика»

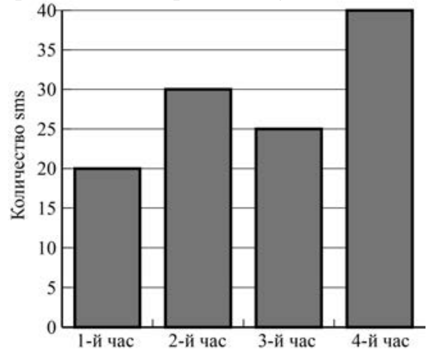
14 В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину с места для 11 класса.

	Мальчики	Мальчики	Мальчики	Девочки	Девочки	Девочки
Отметка	«3»	«4»	«5»	«3»	«4»	«5»
Дальность (в см)	200	220	230	155	170	185

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший на 215 см?

1) неудовлетворительно
2) «3»
3) «4»
4) «5»

15 На диаграмме показано количество SMS, присланных слушателями за каждый час четырёхчасового эфира программы по заявкам на радио. Определите, на сколько больше сообщений было прислано за последние два часа программы по сравнению с первыми двумя часами этой программы.



Ответ: ___________________________.

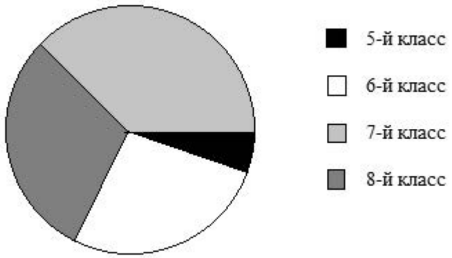
16 На многопредметной олимпиаде $\frac{1}{7}$ всех участников получили дипломы, $\frac{3}{11}$ остальных участников были награждены похвальными грамотами, а остальные 144 человека получили сертификаты об участии. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Ответ: ___________________________.

17 Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина — 10 метров, а длина — 25 метров. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

Ответ: ___________________________.

18 В математические кружки города ходят школьники 5–8 классов. Распределение участников математических кружков представлено в круговой диаграмме.



Какое утверждение относительно участников кружков верно, если всего их посещают 354 школьника?

1) в кружки не ходят пятиклассники
2) восьмиклассников ходит больше, чем семиклассников
3) больше половины участников кружков учатся не в седьмом классе
4) шестиклассников меньше 88 человек

19 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда А должна сыграть два матча — с командой В и с командой С. Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда А.

Ответ: ___________________________.

20 Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a=\omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с$^{-1}$), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 3 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 45 м/с^2.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\dfrac{3x^2+4x}{x^2-2x}-\dfrac{2x+7}{x}-\dfrac{x+8}{x-2}$.

22 Расстояние от города до посёлка равно 120 км. Из города в посёлок выехал автобус. Через час после этого вслед за ним выехал автомобиль, скорость которого на 10 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорость автобуса (в км/ч), если известно, что в пути он сделал остановку на 24 минуты, а в посёлок автомобиль и автобус прибыли одновременно.

23 Постройте график функции $y=\begin{cases}-x^2-4x-4, \text{ если } x<-1,\\ 1-|x-1|, \text{ если } x\geq -1,\end{cases}$

и найдите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y=a$.

Модуль «Геометрия»

24 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника ABC, если $AB=12$.

25 В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH=BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.

26 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC. К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE. Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

Тренировочная работа

в формате ГИА

по МАТЕМАТИКЕ

19 ноября 2013 года

9 класс

Вариант MA90202

Район
Город (населённый пункт)
Школа
Класс
Фамилия
Имя
Отчество

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

Желаем успеха!

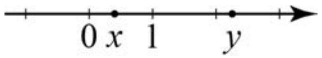
Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Укажите выражения, значения которых равны 0,25.

1) $2,5-\frac{9}{4}$ 2) $36:54$ 3) $\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{7}:1\frac{5}{7}$ 4) $\frac{34}{3}-2,75:11$

Ответ: ____________________________.

2 На координатной прямой отмечены точки x и y.



Какое из следующих неравенств верно?

1) $-x<-y$ 2) $x-y\geq 0$ 3) $1-x>y$ 4) $\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$

3 Укажите наибольшее из чисел.

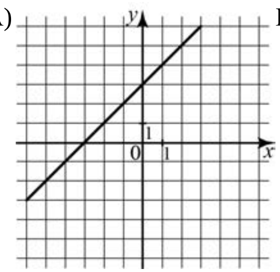
1) $\sqrt{19}$ 2) $3\sqrt{7}$ 3) 6 4) $2\sqrt{7}+\sqrt{8}$

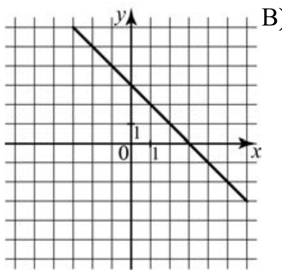
4 Решите уравнение $(x+2)^2=(x-4)^2$.

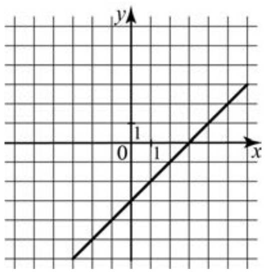
Ответ: ____________________________.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А)


Б)


В)


ФУНКЦИИ

1) $y=x+3$ 2) $y=x-3$ 3) $y=3-x$ 4) $y=-3-x$

Ответ:

А	Б	В

6 Дана геометрическая прогрессия (b_n), знаменатель которой равен 2, а $b_1=-\frac{3}{4}$. Найдите сумму первых шести её членов.

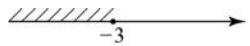
Ответ: ____________________________.

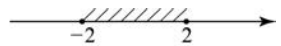
7 Найдите значение выражения $\frac{a(b-3a)^2}{3a^2-ab}-3a$ при $a=2{,}18$, $b=-5{,}6$.

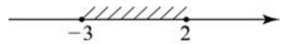
Ответ: ____________________________.

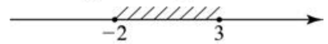
8 Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2\leq 4, \\ x+3\geq 0. \end{cases}$

На каком из рисунков изображено множество её решений?

1)


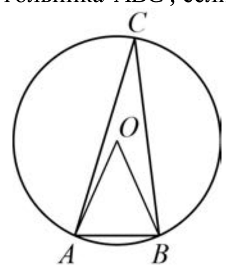
3)


2)


4)


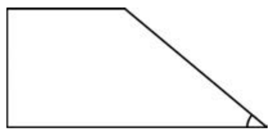
Модуль «Геометрия»

9 Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Найдите градусную меру угла C треугольника ABC, если угол AOB равен $48°$.



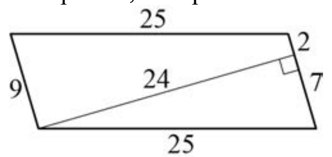
Ответ: ____________________________.

10 Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{5}{6}$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 15.



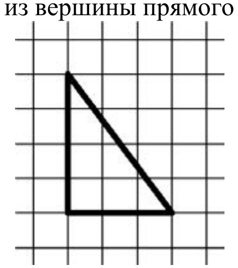
Ответ: ____________________________.

11 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: ____________________________.

12 На рисунке изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину медианы треугольника, проведённую из вершины прямого угла.



Ответ: ____________________________.

13 Укажите номера верных утверждений.

1) В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.
2) Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.
3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Ответ: ____________________________.

Модуль «Реальная математика»

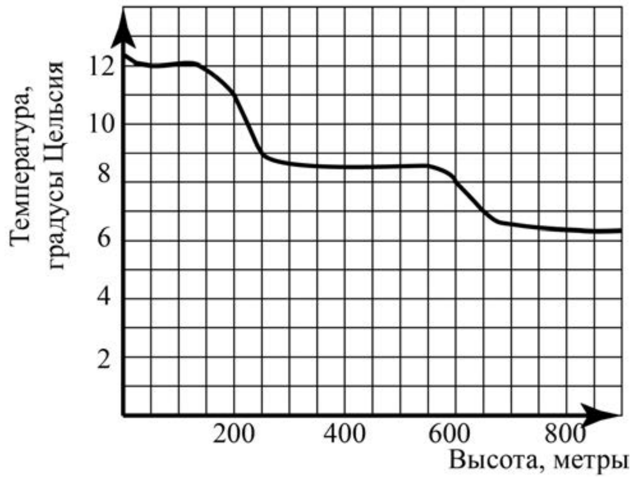
14 В таблице даны результаты олимпиад по истории и обществознанию в 10 «А» классе.

Номер ученика	Балл по истории	Балл по обществознанию
5005	45	76
5006	34	23
5011	67	56
5015	78	67
5018	59	79
5020	46	32
5025	54	76
5027	95	88
5029	46	72
5032	83	45
5041	48	66
5042	28	24
5043	63	67
5048	92	83
5054	38	64

Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 130 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 70 баллов.
Сколько человек из 10 «А», набравших меньше 60 баллов по истории, получат похвальные грамоты?

1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

15 На рисунке изображена зависимость температуры (в градусах Цельсия) от высоты (в метрах) над уровнем моря.



Определите по графику, на сколько градусов температура на высоте 200 метров выше, чем на высоте 650 метров.

Ответ: ___________________________.

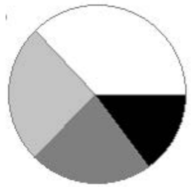
16 На складе есть коробки с ручками двух цветов: чёрные и синие. Коробок с чёрными ручками 4, с синими — 11. Сколько всего ручек на складе, если чёрных ручек 640, коробки одинаковые и в каждой коробке находятся ручки только одного цвета?

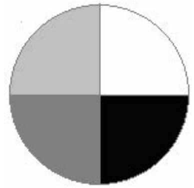
Ответ: ___________________________.

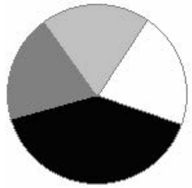
17 Лестница соединяет точки A и B и состоит из 35 ступеней. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите расстояние между точками A и B (в метрах).

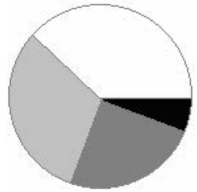
Ответ: ___________________________.

18 Какая из следующих круговых диаграмм показывает распределение оценок по контрольной работе по математике в 8-х классах школы, если из всех оценок в классе пятёрок примерно 35%, четвёрок — примерно 25%, а троек — примерно 23%?

1)


3)


2)


4)


19 На экзамене по биологии школьнику достаётся один случайно выбранный вопрос из списка. Вероятность того, что этот вопрос на тему «Членистоногие», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется вопрос на тему «Ботаника», равна 0,45. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: ___________________________.

20 Из закона всемирного тяготения $F = G\dfrac{mM}{r^2}$ выразите массу m и найдите её величину (в килограммах), если $F = 13{,}4$ Н, $r = 5$ м, $M = 5\cdot 10^9$ кг и гравитационная постоянная $G = 6{,}7\cdot 10^{-11}\,\dfrac{\text{м}^3}{\text{кг}\cdot\text{с}^2}$.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Сократите дробь $\frac{2^{n+2}\cdot 21^{n+3}}{6^{n+1}\cdot 7^{n+2}}$.

22 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?

23 Найдите наибольшее значение выражения $\frac{x^3-y}{x^2+1}-\frac{x^2y-x}{x^2+1}$, если x и y связаны соотношением $y=x^2+x-4$.

Модуль «Геометрия»

24 В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B провели высоту BE к стороне AD, причём $AE=ED$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если угол A равен $60°$, а $BE=3\sqrt{3}$.

25 Окружность касается стороны AB треугольника ABC, у которого $\angle C=90°$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.

26 Биссектриса угла M треугольника MNK делит медиану NN_1 в отношении 3:7, считая от вершины N. В каком отношении, считая от вершины K, эта биссектриса делит медиану KK_1?

Тренировочная работа

в формате ГИА

по МАТЕМАТИКЕ

19 ноября 2013 года

9 класс

Вариант МА90203

Район

Город (населённый пункт)

Школа

Класс

Фамилия

Имя

Отчество

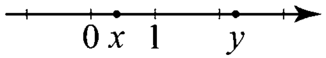
Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Запишите номера верных равенств.

1) $2\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$ 2) $\frac{11}{14}:3\frac{1}{7}=0,25$ 3) $1,75-2\frac{1}{3}=-\frac{7}{12}$ 4) $1,6:\left(\frac{2}{3}:\frac{5}{6}\right)=4$

Ответ: ____________________.

2 На координатной прямой отмечены точки x и y.



Какое из следующих неравенств верно?

1) $-x<-y$ 2) $x-y\geq 0$ 3) $1-x>y$ 4) $\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$

3 Представьте выражение $\frac{\left(c^{-3}\right)^4}{c^{-17}}$ в виде степени с основанием c.

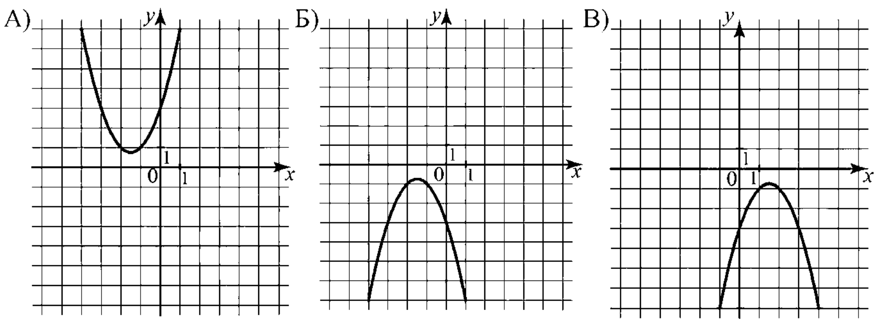
1) c^{18} 2) c^{5} 3) c^{-29} 4) c^{-16}

4 Решите уравнение $(x+2)^2=(x-4)^2$.

Ответ: ____________________.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

1) $y=x^2+3x+3$ 3) $y=-x^2-3x-3$

2) $y=x^2-3x+3$ 4) $y=-x^2+3x-3$

Ответ:

А	Б	В

6 (b_n) – геометрическая прогрессия, знаменатель которой равен 2, а $b_1=-\frac{3}{4}$. Найдите сумму первых шести её членов.

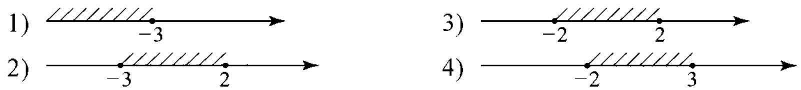
Ответ: ____________________.

7 Найдите значение выражения $(2x+3y)^2-3x\left(\frac{4}{3}x+4y\right)$ при $x=-1,038$, $y=\sqrt{3}$.

Ответ: ____________________.

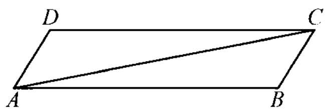
8 Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2\leq 4, \\ x+3\geq 0. \end{cases}$

На каком из рисунков изображено множество её решений?



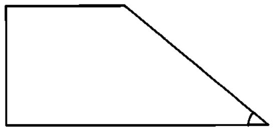
Модуль «Геометрия»

9 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC. Угол DAC равен 47°, а угол CAB равен 11°. Найдите больший угол параллелограмма $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



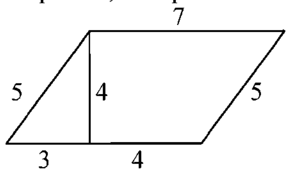
Ответ: ____________________.

10 Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{5}{6}$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 15.



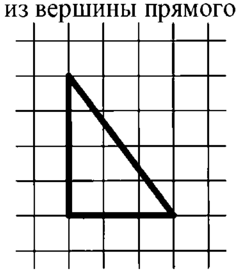
Ответ: ___________________________.

11 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: ___________________________.

12 На рисунке изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину медианы треугольника, проведённую из вершины прямого угла.



Ответ: ___________________________.

13 Укажите номера верных утверждений.

1) Площадь трапеции равна половине высоты, умноженной на разность оснований.
2) Через любые две точки можно провести прямую.
3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести единственную прямую, перпендикулярную данной прямой.

Ответ: ___________________________.

Модуль «Реальная математика»

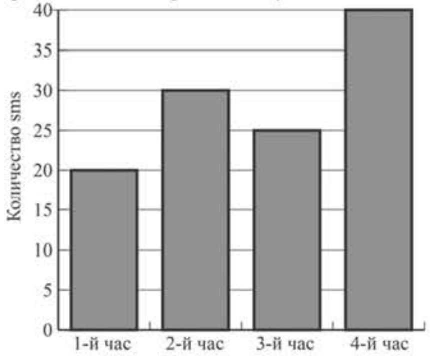
14 В таблице даны результаты олимпиад по истории и обществознанию в 10 «А» классе.

Номер ученика	Балл по истории	Балл по обществознанию
5005	45	76
5006	34	23
5011	67	56
5015	78	67
5018	59	79
5020	46	32
5025	54	76
5027	95	88
5029	46	72
5032	83	45
5041	48	66
5042	28	24
5043	63	67
5048	92	83
5054	38	64

Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 130 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 70 баллов.
Сколько человек из 10 «А», набравших меньше 60 баллов по истории, получат похвальные грамоты?

1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

15 На диаграмме показано количество SMS, присланных слушателями за каждый час четырёхчасового эфира программы по заявкам на радио. Определите, на сколько больше сообщений было прислано за последние два часа программы по сравнению с первыми двумя часами этой программы.



Ответ: ____________________________.

16 На складе есть коробки с ручками двух цветов: чёрные и синие. Коробок с чёрными ручками 4, с синими — 11. Сколько всего ручек на складе, если чёрных ручек 640, коробки одинаковые и в каждой коробке находятся ручки только одного цвета?

Ответ: ____________________________.

17 Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина — 10 метров, а длина — 25 метров. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

Ответ: ____________________________.

18 Какая из следующих круговых диаграмм показывает распределение оценок по контрольной работе по математике в 8-х классах школы, если из всех оценок в классе пятёрок примерно 35%, четвёрок — примерно 25%, а троек — примерно 23%?

1) 

3) 

2) 

4) 

19 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда А должна сыграть два матча — с командой В и с командой С. Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда А.

Ответ: ____________________________.

20 Из закона всемирного тяготения $F = G\frac{mM}{r^2}$ выразите массу m и найдите её величину (в килограммах), если $F = 13{,}4$ Н, $r = 5$ м, $M = 5\cdot 10^9$ кг и гравитационная постоянная $G = 6{,}7\cdot 10^{-11}\frac{\text{м}^3}{\text{кг}\cdot\text{с}^2}$.

Ответ: ____________________________.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\dfrac{3x^2+4x}{x^2-2x}-\dfrac{2x+7}{x}-\dfrac{x+8}{x-2}$.

22 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?

23 Постройте график функции $y=\begin{cases}-x^2-4x-4, & \text{если } x<-1,\\ 1-|x-1|, & \text{если } x\geq -1,\end{cases}$

и найдите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y=a$.

Модуль «Геометрия»

24 В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B провели высоту BE к стороне AD, причём $AE=ED$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если угол A равен $60°$, а $BE=3\sqrt{3}$.

25 В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH=BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.

26 Биссектриса угла M треугольника MNK делит медиану NN_1 в отношении 3:7, считая от вершины N. В каком отношении, считая от вершины K, эта биссектриса делит медиану KK_1?

Тренировочная работа

в формате ГИА

по МАТЕМАТИКЕ

19 ноября 2013 года

9 класс

Вариант МА90204

Район ______________________

Город (населённый пункт) ______________________

Школа ______________________

Класс ______________________

Фамилия ______________________

Имя ______________________

Отчество ______________________

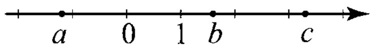
Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Укажите выражения, значения которых равны 0,25.

1) $2,5-\dfrac{9}{4}$ 2) $36:54$ 3) $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{6}{7}:1\dfrac{5}{7}$ 4) $\dfrac{34}{3}-2,75:11$

Ответ: ___________________________.

2 На координатной прямой отмечены числа a, b и c.



Значение какого из следующих выражений отрицательно?

1) $-a$ 2) $a+c$ 3) $b-c$ 4) $c-a$

3 Укажите наибольшее из чисел.

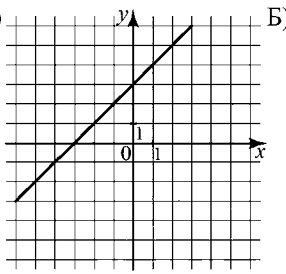
1) $\sqrt{19}$ 2) $3\sqrt{7}$ 3) 6 4) $2\sqrt{7}+\sqrt{8}$

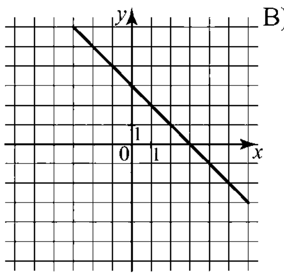
4 Решите уравнение $-2(5-3x)=7x+3$.

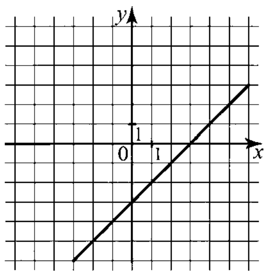
Ответ: ___________________________.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А) 

Б) 

В) 

ФУНКЦИИ

1) $y=x+3$ 2) $y=x-3$ 3) $y=3-x$ 4) $y=-3-x$

Ответ:

А	Б	В

6 Арифметическая прогрессия задана условиями $a_1=-3,1$, $a_{n+1}=a_n+0,9$. Найдите сумму первых 19 её членов.

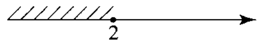
Ответ: ___________________________.

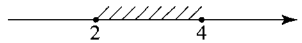
7 Найдите значение выражения $\dfrac{a(b-3a)^2}{3a^2-ab}-3a$ при $a=2,18$, $b=-5,6$.

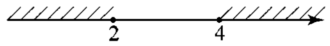
Ответ: ___________________________.

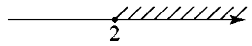
8 Решите систему неравенств $\begin{cases}2x-3\le 5,\\ 7-3x\le 1.\end{cases}$

На каком из рисунков изображено множество её решений?

1) 

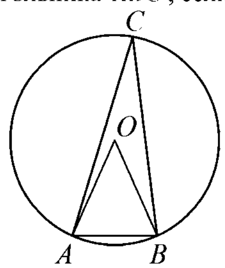
3) 

2) 

4) 

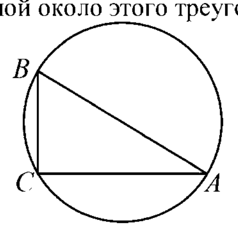
Модуль «Геометрия»

9 Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Найдите градусную меру угла C треугольника ABC, если угол AOB равен 48°.



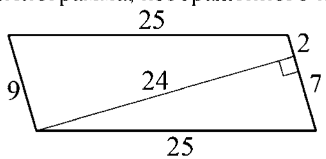
Ответ: ___________________________.

10 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AC=30$, $BC=5\sqrt{13}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



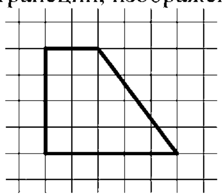
Ответ: ___________________________.

11 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: ___________________________.

12 Найдите синус острого угла трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: ___________________________.

13 Укажите номера верных утверждений.

1) В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.
2) Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.
3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Ответ: ___________________________.

Модуль «Реальная математика»

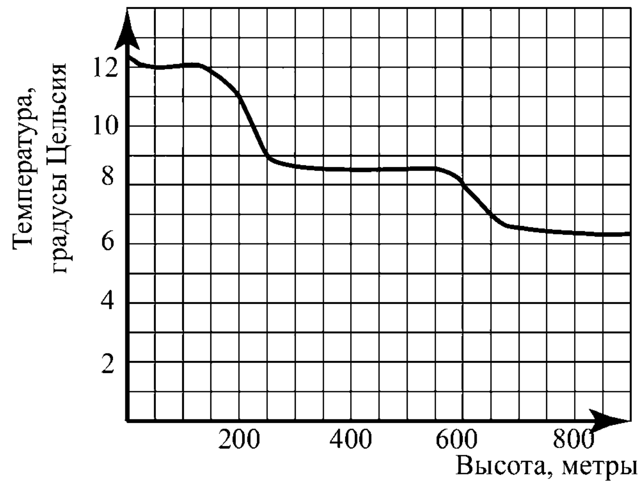
14 В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину с места для 11 класса.

	Мальчики	Мальчики	Мальчики	Девочки	Девочки	Девочки
Отметка	«3»	«4»	«5»	«3»	«4»	«5»
Дальность (в см)	200	220	230	155	170	185

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший на 215 см?

1) неудовлетворительно
2) «3»
3) «4»
4) «5»

15 На рисунке изображена зависимость температуры (в градусах Цельсия) от высоты (в метрах) над уровнем моря.



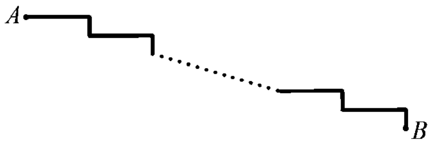
Определите по графику, на сколько градусов температура на высоте 200 метров выше, чем на высоте 650 метров.

Ответ: ___________________________.

16 На многопредметной олимпиаде $\frac{1}{7}$ всех участников получили дипломы, $\frac{3}{11}$ остальных участников были награждены похвальными грамотами, а остальные 144 человека получили сертификаты об участии. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

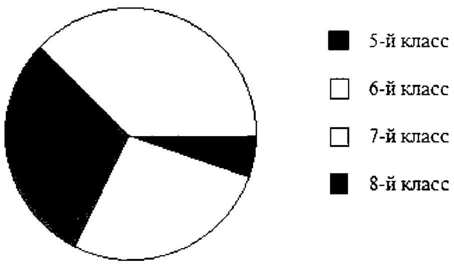
Ответ: ___________________________.

17 Лестница соединяет точки A и B и состоит из 35 ступеней. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите расстояние между точками A и B (в метрах).



Ответ: ___________________________.

18 В математические кружки города ходят школьники 5–8 классов. Распределение участников математических кружков представлено в круговой диаграмме.



Какое утверждение относительно участников кружков верно, если всего их посещают 354 школьника?

1) в кружки не ходят пятиклассники
2) восьмиклассников ходит больше, чем семиклассников
3) больше половины участников кружков учатся не в седьмом классе
4) шестиклассников меньше 88 человек

19 На экзамене по биологии школьнику достаётся один случайно выбранный вопрос из списка. Вероятность того, что этот вопрос на тему «Членистоногие», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется вопрос на тему «Ботаника», равна 0,45. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: ___________________________.

20 Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a=\omega^2R$, где ω — угловая скорость (в с$^{-1}$), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 3 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 45 м/с^2.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Сократите дробь $\dfrac{2^{n+2}\cdot 21^{n+3}}{6^{n+1}\cdot 7^{n+2}}$.

22 Расстояние от города до посёлка равно 120 км. Из города в посёлок выехал автобус. Через час после этого вслед за ним выехал автомобиль, скорость которого на 10 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорость автобуса (в км/ч), если известно, что в пути он сделал остановку на 24 минуты, а в посёлок автомобиль и автобус прибыли одновременно.

23 Найдите наибольшее значение выражения $\dfrac{x^3-y}{x^2+1}-\dfrac{x^2y-x}{x^2+1}$, если x и y связаны соотношением $y=x^2+x-4$.

Модуль «Геометрия»

24 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника ABC, если $AB = 12$.

25 Окружность касается стороны AB треугольника ABC, у которого $\angle C = 90°$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.

26 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC. К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE. Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\dfrac{3x^2+4x}{x^2-2x}-\dfrac{2x+7}{x}-\dfrac{x+8}{x-2}$.

Решение.

$$\frac{3x^2+4x}{x^2-2x}-\frac{2x+7}{x}-\frac{x+8}{x-2}=\frac{3x^2+4x-2x^2-3x+14-x^2-8x}{x(x-2)}=\frac{-7x+14}{x(x-2)}=-\frac{7}{x}.$$

Ответ: $-\dfrac{7}{x}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22 Расстояние от города до посёлка равно 120 км. Из города в посёлок выехал автобус. Через час после этого вслед за ним выехал автомобиль, скорость которого на 10 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорость автобуса (в км/ч), если известно, что в пути он сделал остановку на 24 минуты, а в посёлок автомобиль и автобус прибыли одновременно.

Решение.

Пусть скорость автобуса x км/ч. Тогда с учётом остановки он находился в пути $\dfrac{120}{x}+\dfrac{2}{5}$ часов. Скорость автомобиля $x+10$ км/ч, следовательно, он находился в пути $\dfrac{120}{x+10}$ часов. Поскольку автомобиль выехал из города на час позже, а в посёлок автомобиль и автобус приехали одновременно, получаем уравнение

$$\frac{120}{x+10}+1=\frac{120}{x}+\frac{2}{5}.$$

Решим уравнение:

$$120\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+10}\right)=\frac{3}{5};\quad \frac{2000}{x(x+10)}=1;\quad \frac{x^2+10x-2000}{x(x+10)}=0;$$

$$\frac{(x-40)(x+50)}{x(x+10)}=0;\quad x=40 \text{ или } x=-50.$$

Отбрасывая постороннее решение -50, получаем, что скорость автобуса равна 40 км/ч.

Ответ: 40 км/ч.

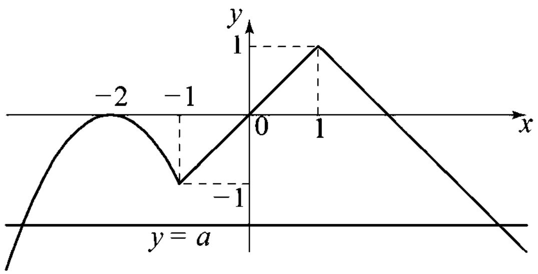
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

23 Постройте график функции $y=\begin{cases}-x^2-4x-4, & \text{если } x<-1,\\ 1-|x-1|, & \text{если } x\ge -1,\end{cases}$

и найдите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y=a$.

Решение.

Построим график функции $y=-x^2-4x-4$ на промежутке $(-\infty;-1)$, график функции $y=x$ на промежутке $[-1;1]$ и график функции $y=2-x$ на промежутке $(1;+\infty)$.



Прямая $y=a$ имеет с построенным графиком ровно две общие точки при $a<-1$ и при $0<a<1$.

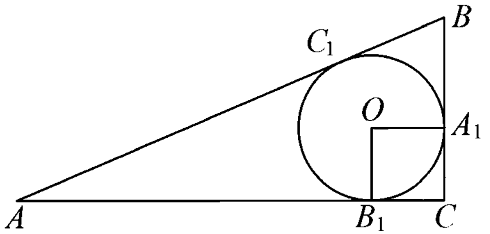
Ответ: $a<-1$, $0<a<1$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника ABC, если $AB=12$.

Решение.
Пусть A_1, B_1 и C_1 — точки касания вписанной окружности со сторонами BC, AC и AB соответственно. Радиус вписанной окружности обозначим r. Тогда $AC_1=AB_1$, $BC_1=BA_1$ и $CA_1=CB_1=r$. Периметр треугольника ABC равен $2AC_1+2BC_1+2CA_1=2AB+2r$. Полупериметр p равен $AB+r$.



По формуле площади треугольника находим

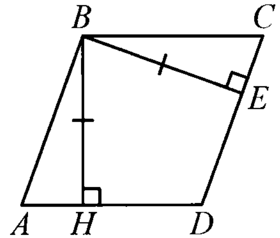
$$S=p\cdot r=(AB+r)\cdot r=28.$$

Ответ: 28.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

25 В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH=BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.

Доказательство.
Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, опущенную на эту сторону.

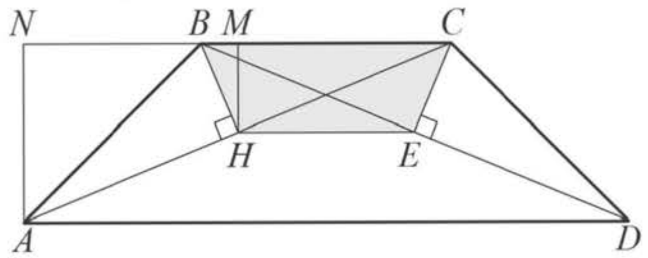


Тогда, с одной стороны, $S=AD\cdot BH$, а с другой стороны, $S=CD\cdot BE$. Поскольку $BH=BE$, получаем, что $AD=CD$. Следовательно, все стороны параллелограмма равны, а значит, $ABCD$ — ромб.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

26 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC. К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE. Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

Решение.
По свойству равнобедренной трапеции $AC=BD$, следовательно, треугольники ABC и DCB равны. Так как $AB=BC=CD$, треугольники ABC и DCB равнобедренные, следовательно, BH и CE — соответствующие медианы этих треугольников. Значит, $AH=HC=BE=ED$. Отрезок HE соединяет середины диагоналей трапеции, следовательно, $HE=\dfrac{AD-BC}{2}$, и прямые HE, AD и BC параллельны, поэтому, $BCEH$ — трапеция. Проведём HM — высоту трапеции $BCEH$ и AN – высоту трапеции $ABCD$. Прямоугольные треугольники ANC и HMC подобны, значит, $HM=AN\cdot\dfrac{HC}{AC}=AN\cdot\dfrac{HC}{2HC}=\dfrac{AN}{2}$.



Площадь трапеции: $ABCD$ $S_1 = \frac{1}{2} AN \cdot (AD + BC)$.

Площадь трапеции: $BCEH$

$$S = \frac{1}{2} HM \cdot (BC + HE) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AN \cdot \left(BC + \frac{AD - BC}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{8} AN \cdot (AD + BC) = \frac{1}{4} S_1 = 9.$$

Ответ: 9.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21

Сократите дробь $\dfrac{2^{n+2}\cdot 21^{n+3}}{6^{n+1}\cdot 7^{n+2}}$.

Решение.

$$\frac{2^{n+2}\cdot 21^{n+3}}{6^{n+1}\cdot 7^{n+2}}=\frac{2^{n+2}\cdot 3^{n+3}\cdot 7^{n+3}}{2^{n+1}\cdot 3^{n+1}\cdot 7^{n+2}}=2^{n+2-(n+1)}\cdot 3^{n+3-(n+1)}\cdot 7^{n+3-(n+2)}=2\cdot 3^2\cdot 7=126.$$

Ответ: 126.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22

Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?

Решение.

Пусть вторая труба пропускает x литров воды в минуту, тогда первая труба пропускает $x-2$ литра в минуту. Вторая труба заполняет резервуар объёмом 130 литров за $\dfrac{130}{x}$ минут. Поскольку первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров за $\dfrac{136}{x-2}$ минут, что по условию задачи на 4 минуты больше, чем $\dfrac{130}{x}$, получаем уравнение:

$$\frac{136}{x-2}-\frac{130}{x}=4.$$

Решим уравнение:

$$\frac{136x-130x+260-4x^2+8x}{x(x-2)}=0;\quad \frac{2x^2-7x-130}{x(x-2)}=0;\quad \frac{(2x+13)(x-10)}{x(x-2)}=0,$$

$$x=10 \text{ или } x=-6{,}5.$$

Отбрасывая постороннее решение $-6{,}5$, получаем, что вторая труба пропускает 10 литров в минуту.

Ответ: 10 литров в минуту.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

23

Найдите наибольшее значение выражения $\dfrac{x^3-y}{x^2+1}-\dfrac{x^2y-x}{x^2+1}$, если x и y связаны соотношением $y=x^2+x-4$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{x^3-y}{x^2+1}-\frac{x^2y-x}{x^2+1}=\frac{x^3-y-x^2y+x}{x^2+1}=\frac{(x-y)(x^2+1)}{x^2+1}=x-y.$$

С учётом дополнительного условия выражение принимает вид

$$x-x^2-x+4=4-x^2.$$

Полученное выражение не превосходит 4 и достигает наибольшего значения 4 при $x=0$.

Ответ: 4.

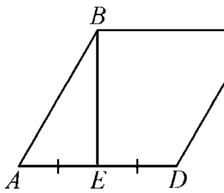
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно найдено наибольшее значение выражения	4
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B провели высоту BE к стороне AD, причём $AE = ED$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если угол A равен $60°$, а $BE = 3\sqrt{3}$.

Решение.

В прямоугольном треугольнике ABE находим $AE = \dfrac{BE}{tg 60°} = 3$. Значит, $AD = 6$.



По формуле площади параллелограмма $S = AD \cdot BE = 6 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$.

Ответ: $18\sqrt{3}$.

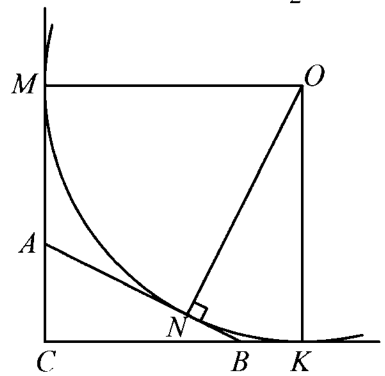
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

25 Окружность касается стороны AB треугольника ABC, у которого $\angle C = 90°$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.

Доказательство.

Пусть O — центр окружности, d — её диаметр, а M, N и K — точки касания окружности с прямыми AC, AB и BC соответственно.

Радиус OM перпендикулярен AC, а OK перпендикулярен BC. Следовательно, в четырёхугольнике $OMCK$ имеем $\angle C = \angle M = \angle K = 90°$, а значит, $OMCK$ — прямоугольник. Поскольку $OM = OK$, прямоугольник $OMCK$ – квадрат. Следовательно, $MC = MO = \dfrac{d}{2}$.



Отрезки касательных, проведённых из одной точки к окружности, равны: $AM = AN$, $BN = BK$ и $CM = CK$. Периметр треугольника ABC равен

$$P = AB + BC + AC = AC + AN + BN + BC =$$
$$= AC + AM + BK + BC = MC + CK = 2MC = d.$$

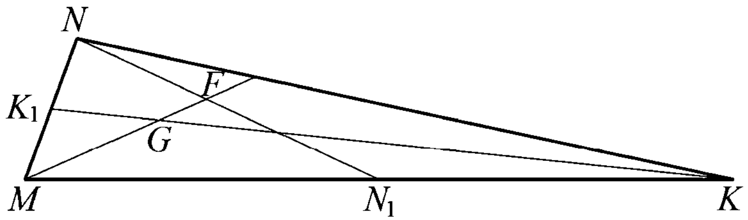
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

26 Биссектриса угла M треугольника MNK делит медиану NN_1 в отношении 3:7, считая от вершины N. В каком отношении, считая от вершины K, эта биссектриса делит медиану KK_1?

Решение.
Пусть F — точка пересечения биссектрисы угла M и медианы NN_1.

В треугольнике MNN_1 по свойству биссектрисы $\frac{MN}{MN_1}=\frac{NF}{FN_1}=\frac{3}{7}$. Поскольку $MN_1=\frac{MK}{2}$, получаем, что $\frac{2MN}{MK}=\frac{3}{7}$, откуда $\frac{MN}{MK}=\frac{3}{14}$.

Пусть G — точка пересечения биссектрисы угла M треугольника MNK и его медианы KK_1.



В треугольнике MKK_1 по свойству биссектрисы $\frac{KG}{GK_1}=\frac{MK}{MK_1}$. Поскольку $MK_1=\frac{MN}{2}$, получаем, что $\frac{KG}{GK_1}=\frac{2MK}{MN}=2\cdot\frac{14}{3}=\frac{28}{3}$.

Ответ: 28 : 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Ответы к задания

№ задания	м Ответ	№ задания	Ответ
1	23	11	28
2	3	12	0,8
3	2	13	23
4	-13	14	2
5	134	15	15
6	95	16	231
7	27	17	390
8	3	18	3
9	122	19	0,25
10	17,5	20	5

Ответы к задания

№ задания	м Ответ	№ задания	Ответ
1	13	11	216
2	4	12	2,5
3	4	13	3
4	1	14	4
5	132	15	4
6	-47,25	16	2400
7	5,6	17	17,5
8	3	18	1
9	24	19	0,6
10	33	20	1000

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\frac{3x^2+4x}{x^2-2x}-\frac{2x+7}{x}-\frac{x+8}{x-2}$.

Решение.

$$\frac{3x^2+4x}{x^2-2x}-\frac{2x+7}{x}-\frac{x+8}{x-2}=\frac{3x^2+4x-2x^2-3x+14-x^2-8x}{x(x-2)}=\frac{-7x+14}{x(x-2)}=-\frac{7}{x}.$$

Ответ: $-\frac{7}{x}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?

Решение.

Пусть вторая труба пропускает x литров воды в минуту, тогда первая труба пропускает $x-2$ литра в минуту. Вторая труба заполняет резервуар объёмом 130 литров за $\frac{130}{x}$ минут. Поскольку первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров за $\frac{136}{x-2}$ минут, что по условию задачи на 4 минуты больше, чем $\frac{130}{x}$, получаем уравнение:

$$\frac{136}{x-2}-\frac{130}{x}=4.$$

Решим уравнение:

$$\frac{136x-130x+260-4x^2+8x}{x(x-2)}=0;\quad \frac{2x^2-7x-130}{x(x-2)}=0;\quad \frac{(2x+13)(x-10)}{x(x-2)}=0,$$

$$x=10 \text{ или } x=-6{,}5.$$

Отбрасывая постороннее решение $-6{,}5$, получаем, что вторая труба пропускает 10 литров в минуту.

Ответ: 10 литров в минуту.

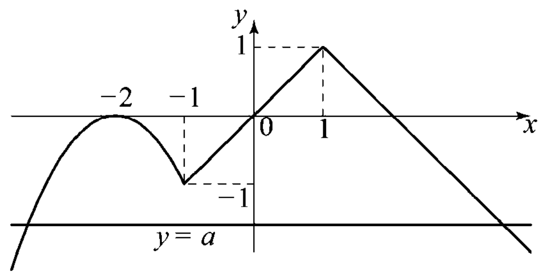
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

23 Постройте график функции $y=\begin{cases}-x^2-4x-4, & \text{если } x<-1,\\ 1-|x-1|, & \text{если } x\ge -1,\end{cases}$

и найдите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y=a$.

Решение.

Построим график функции $y=-x^2-4x-4$ на промежутке $(-\infty;-1)$, график функции $y=x$ на промежутке $[-1;1]$ и график функции $y=2-x$ на промежутке $(1;+\infty)$.



Прямая $y=a$ имеет с построенным графиком ровно две общие точки при $a<-1$ и при $0<a<1$.

Ответ: $a<-1$, $0<a<1$.

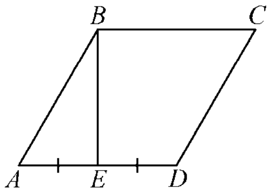
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B провели высоту BE к стороне AD, причём $AE = ED$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если угол A равен $60°$, а $BE = 3\sqrt{3}$.

Решение.

В прямоугольном треугольнике ABE находим $AE = \dfrac{BE}{tg60^\circ} = 3$. Значит, $AD = 6$.



По формуле площади параллелограмма $S = AD \cdot BE = 6 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$.

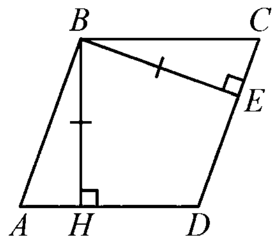
Ответ: $18\sqrt{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

25 В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH = BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.

Доказательство.

Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, опущенную на эту сторону.



Тогда, с одной стороны, $S = AD \cdot BH$, а с другой стороны, $S = CD \cdot BE$. Поскольку $BH = BE$, получаем, что $AD = CD$. Следовательно, все стороны параллелограмма равны, а значит, $ABCD$ — ромб.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

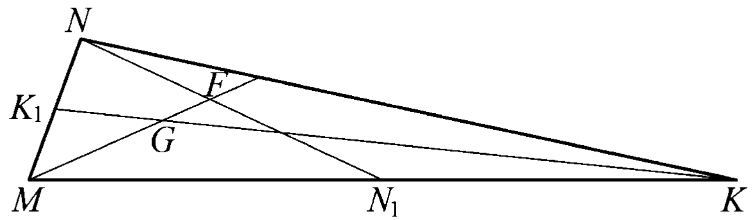
26 Биссектриса угла M треугольника MNK делит медиану NN_1 в отношении 3:7, считая от вершины N. В каком отношении, считая от вершины K, эта биссектриса делит медиану KK_1?

Решение.

Пусть F — точка пересечения биссектрисы угла M и медианы NN_1.

В треугольнике MNN_1 по свойству биссектрисы $\dfrac{MN}{MN_1} = \dfrac{NF}{FN_1} = \dfrac{3}{7}$. Поскольку $MN_1 = \dfrac{MK}{2}$, получаем, что $\dfrac{2MN}{MK} = \dfrac{3}{7}$, откуда $\dfrac{MN}{MK} = \dfrac{3}{14}$.

Пусть G — точка пересечения биссектрисы угла M треугольника MNK и его медианы KK_1.



В треугольнике MKK_1 по свойству биссектрисы $\dfrac{KG}{GK_1} = \dfrac{MK}{MK_1}$. Поскольку $MK_1 = \dfrac{MN}{2}$, получаем, что $\dfrac{KG}{GK_1} = \dfrac{2MK}{MN} = 2 \cdot \dfrac{14}{3} = \dfrac{28}{3}$.

Ответ: 28 : 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21

Сократите дробь $\dfrac{2^{n+2}\cdot 21^{n+3}}{6^{n+1}\cdot 7^{n+2}}$.

Решение.

$$\frac{2^{n+2}\cdot 21^{n+3}}{6^{n+1}\cdot 7^{n+2}}=\frac{2^{n+2}\cdot 3^{n+3}\cdot 7^{n+3}}{2^{n+1}\cdot 3^{n+1}\cdot 7^{n+2}}=2^{n+2-(n+1)}\cdot 3^{n+3-(n+1)}\cdot 7^{n+3-(n+2)}=2\cdot 3^2\cdot 7=126.$$

Ответ: 126.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22

Расстояние от города до посёлка равно 120 км. Из города в посёлок выехал автобус. Через час после этого вслед за ним выехал автомобиль, скорость которого на 10 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорость автобуса (в км/ч), если известно, что в пути он сделал остановку на 24 минуты, а в посёлок автомобиль и автобус прибыли одновременно.

Решение.

Пусть скорость автобуса x км/ч. Тогда с учётом остановки он находился в пути $\dfrac{120}{x}+\dfrac{2}{5}$ часов. Скорость автомобиля $x+10$ км/ч, следовательно, он находился в пути $\dfrac{120}{x+10}$ часов. Поскольку автомобиль выехал из города на час позже, а в посёлок автомобиль и автобус приехали одновременно, получаем уравнение

$$\frac{120}{x+10}+1=\frac{120}{x}+\frac{2}{5}.$$

Решим уравнение:

$$120\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+10}\right)=\frac{3}{5};\quad \frac{2000}{x(x+10)}=1;\quad \frac{x^2+10x-2000}{x(x+10)}=0;$$

$$\frac{(x-40)(x+50)}{x(x+10)}=0;\quad x=40 \text{ или } x=-50.$$

Отбрасывая постороннее решение –50, получаем, что скорость автобуса равна 40 км/ч.

Ответ: 40 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

23

Найдите наибольшее значение выражения $\dfrac{x^3-y}{x^2+1}-\dfrac{x^2y-x}{x^2+1}$, если x и y связаны соотношением $y=x^2+x-4$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{x^3-y}{x^2+1}-\frac{x^2y-x}{x^2+1}=\frac{x^3-y-x^2y+x}{x^2+1}=\frac{(x-y)(x^2+1)}{x^2+1}=x-y.$$

С учётом дополнительного условия выражение принимает вид

$$x-x^2-x+4=4-x^2.$$

Полученное выражение не превосходит 4 и достигает наибольшего значения 4 при $x=0$.

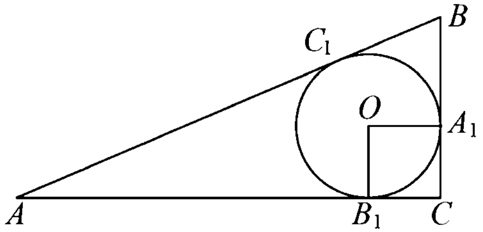
Ответ: 4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно найдено наибольшее значение выражения	4
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника ABC, если $AB = 12$.

Решение.
Пусть A_1, B_1 и C_1 — точки касания вписанной окружности со сторонами BC, AC и AB соответственно. Радиус вписанной окружности обозначим r. Тогда $AC_1 = AB_1$, $BC_1 = BA_1$ и $CA_1 = CB_1 = r$. Периметр треугольника ABC равен $2AC_1 + 2BC_1 + 2CA_1 = 2AB + 2r$. Полупериметр p равен $AB + r$.



По формуле площади треугольника находим

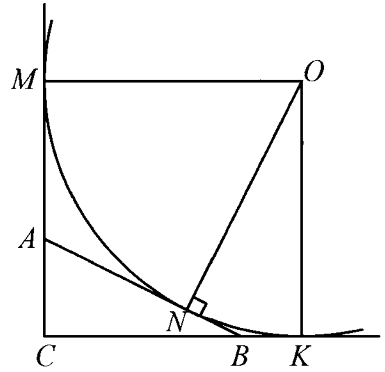
$$S = p \cdot r = (AB + r) \cdot r = 28.$$

Ответ: 28.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

25 Окружность касается стороны AB треугольника ABC, у которого $\angle C = 90°$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.

Доказательство.
Пусть O — центр окружности, d — её диаметр, а M, N и K — точки касания окружности с прямыми AC, AB и BC соответственно.
Радиус OM перпендикулярен AC, а OK перпендикулярен BC. Следовательно, в четырёхугольнике $OMCK$ имеем $\angle C = \angle M = \angle K = 90°$, а значит, $OMCK$ — прямоугольник. Поскольку $OM = OK$, прямоугольник $OMCK$ – квадрат. Следовательно, $MC = MO = \dfrac{d}{2}$.



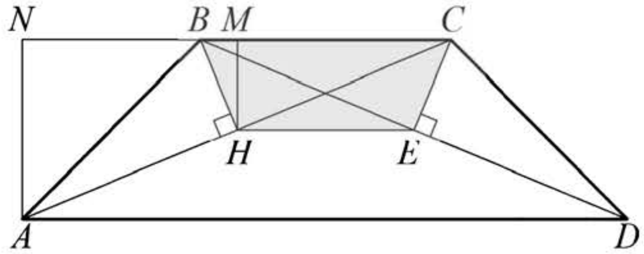
Отрезки касательных, проведённых из одной точки к окружности, равны: $AM = AN$, $BN = BK$ и $CM = CK$. Периметр треугольника ABC равен

$$P = AB + BC + AC = AC + AN + BN + BC =$$
$$= AC + AM + BK + BC = MC + CK = 2MC = d.$$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

26 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC. К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE. Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

Решение.
По свойству равнобедренной трапеции $AC = BD$, следовательно, треугольники ABC и DCB равны. Так как $AB = BC = CD$, треугольники ABC и DCB равнобедренные, следовательно, BH и CE — соответствующие медианы этих треугольников. Значит, $AH = HC = BE = ED$. Отрезок HE соединяет середины диагоналей трапеции, следовательно, $HE = \dfrac{AD - BC}{2}$, и прямые HE, AD и BC параллельны, поэтому, $BCEH$ — трапеция. Проведём HM — высоту трапеции $BCEH$ и AN – высоту трапеции $ABCD$. Прямоугольные треугольники ANC и HMC подобны, значит, $HM = AN \cdot \dfrac{HC}{AC} = AN \cdot \dfrac{HC}{2HC} = \dfrac{AN}{2}$.



Площадь трапеции: $ABCD$ $S_1 = \dfrac{1}{2} AN \cdot (AD + BC)$.

Площадь трапеции: $BCEH$

$$S = \frac{1}{2} HM \cdot (BC + HE) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AN \cdot \left(BC + \frac{AD - BC}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{8} AN \cdot (AD + BC) = \frac{1}{4} S_1 = 9.$$

Ответ: 9.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Ответы к задания

№ задания	м Ответ	№ задания	Ответ
1	23	11	28
2	4	12	2,5
3	2	13	23
4	1	14	4
5	134	15	15
6	-47,25	16	2400
7	27	17	390
8	3	18	1
9	122	19	0,25
10	33	20	1000

Ответы к задания

№ задания	м Ответ	№ задания	Ответ
1	13	11	216
2	3	12	0,8
3	4	13	3
4	-13	14	2
5	132	15	4
6	95	16	231
7	5,6	17	17,5
8	3	18	3
9	24	19	0,6
10	17,5	20	5