Тренировочная работа

в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

14 ноября 2013 года

11 класс

Вариант МА10201

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс.

Фамилия

Имя

Отчество.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

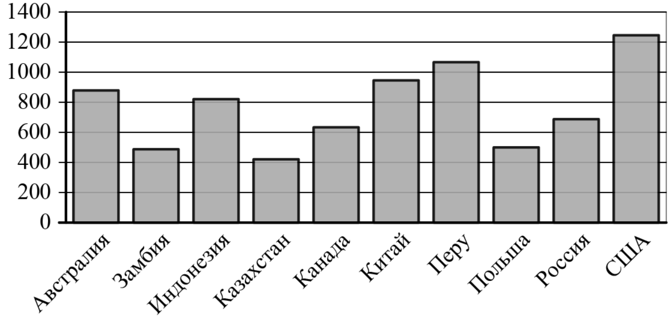
В1 В доме, в котором живёт Игорь, один подъезд. На каждом этаже по шесть квартир. Игорь живёт в квартире 69. На каком этаже живёт Игорь?

Ответ: ___________________________.

В2 Для покраски потолка требуется 280 г краски на 1 м^2. Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 61 м^2?

Ответ: ___________________________.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



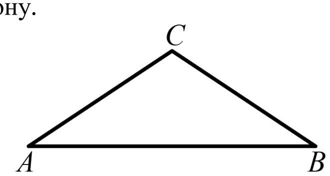
Ответ: ___________________________.

В4 Для группы иностранных гостей требуется купить путеводители в количестве 20 штук. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Доп. условия
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7000 руб.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6500 руб.

Ответ: ___________________________.

В5 Периметр равнобедренного треугольника равен 22. Основание равно 10. Найдите боковую сторону.



Ответ: ___________________________.

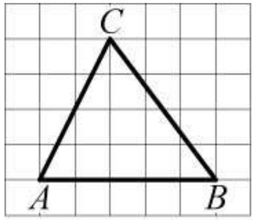
В6 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Голландии и 6 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Ответ: ___________________________.

В7 Найдите корень уравнения $\sqrt{18+9x}=6$.

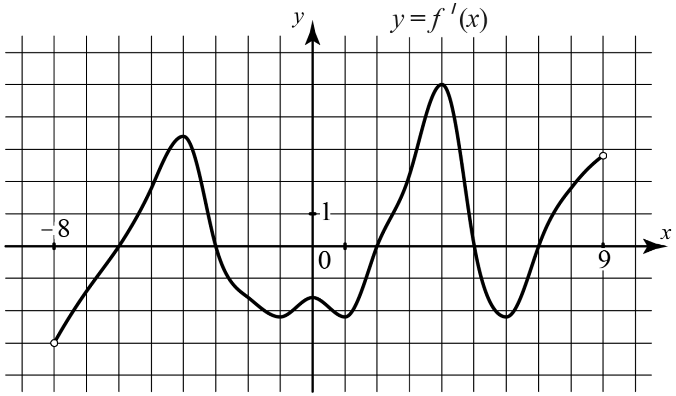
Ответ: ___________________________.

B8 На клетчатой бумаге с квадратными клетками изображён треугольник ABC. Найдите тангенс угла C.



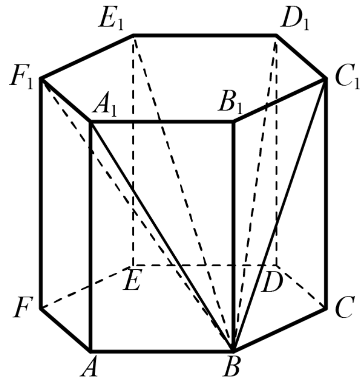
Ответ: ___________________________.

B9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 8]$.



Ответ: ___________________________.

B10 Площадь основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равна 2, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины B, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 данной призмы.



Ответ: ___________________________.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно

B11 Найдите значение выражения

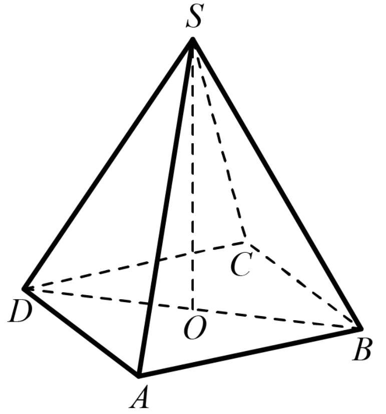
$$-\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ}.$$

Ответ: ___________________________.

B12 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 42 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: ___________________________.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SA = 13$, $BD = 10$. Найдите длину отрезка SO.



Ответ: ____________________________.

B14 Два человека отправляются одновременно из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,5 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,4 км/ч, а другой — со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от места отправления произойдёт их встреча? Ответ выразите в километрах.

Ответ: ____________________________.

B15 Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 3x^2 - 2$ на отрезке $\left[-3; \frac{1}{2}\right]$.

Ответ: ____________________________.

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

C2 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM.

C3 Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{6x^2-x-1}\left(2x^2-5x+3\right) \geq 0, \\ \dfrac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leq 0. \end{cases}$

C4 Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.
б) Найдите угол BAD, если известно, что $AD = 6$ и $KT = 3$.

Тренировочная работа

в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

14 ноября 2013 года

11 класс

Вариант МА10202

Район.
Город (населённый пункт)
Школа.
Класс.
Фамилия
Имя
Отчество.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания B1–B10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания B11–B15 и C1–C4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий B1–B15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий C1–C4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание C4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа C.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания C5 и C6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

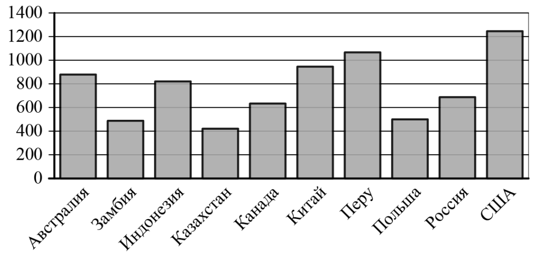
B1 Поезд Казань-Москва отправляется в $21:35$, а прибывает в $10:35$ на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: ____________________________.

B2 Для покраски потолка требуется 160 г краски на 1 м^2. Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 64 м^2?

Ответ: ____________________________.

B3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?



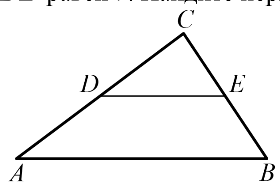
Ответ: ____________________________.

B4 Для группы иностранных гостей требуется купить путеводители в количестве 10 штук. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	**Цена одного путеводителя (руб.)**	**Стоимость доставки (руб.)**	**Доп. условия**
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3500 руб.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3000 руб.

Ответ: ____________________________.

B5 Отрезок DE — средняя линия треугольника ABC, параллельная стороне AB. Периметр треугольника CDE равен 7. Найдите периметр треугольника ABC.



Ответ: ____________________________.

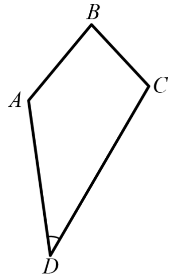
B6 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 10 прыгунов из Великобритании и 3 прыгуна из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать девятым будет выступать прыгун из Канады.

Ответ: ____________________________.

B7 Найдите корень уравнения $\sqrt{13+4x}=7$.

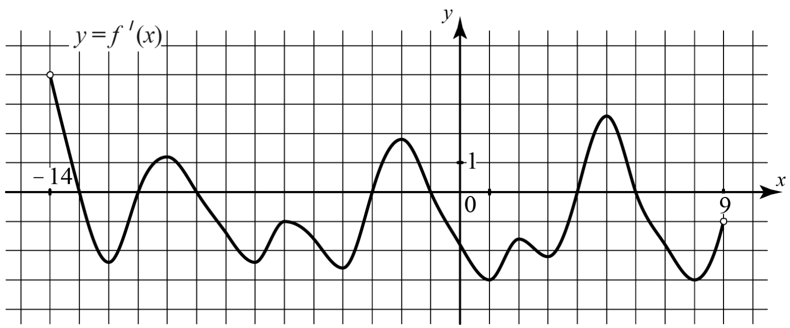
Ответ: ____________________________.

B8 Сумма трёх углов выпуклого четырёхугольника равна $322°$. Найдите его четвёртый угол. Ответ дайте в градусах.



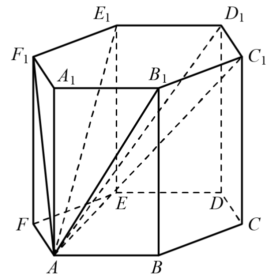
Ответ: ____________________________.

B9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 7]$.



Ответ: ____________________________.

B10 Площадь основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равна 3, а боковое ребро равно 7. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 данной призмы.



Ответ: ____________________________.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно

B11 Найдите значение выражения

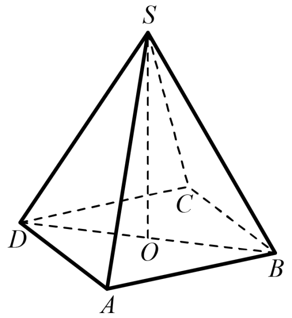
$$-\frac{6}{\sin^2 139° + \sin^2 229°}.$$

Ответ: ____________________________.

B12 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 84 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: ____________________________.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SD = 5$, $BD = 6$. Найдите длину отрезка SO.



Ответ: ____________________________.

B14 Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Пешеход прошёл путь из А в В за 2 часа 45 минут. Время его движения на спуске составило 1 час 15 минут. С какой скоростью пешеход шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 2 км/ч? Ответ выразите в км/ч.

Ответ: ____________________________.

B15 Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 7$ на отрезке $\left[-\frac{1}{2};3\right]$.

Ответ: ____________________________.

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;\,2]$.

C2 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны 2. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM.

C3 Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{6x^2+5x}\left(2x^2-3x+1\right) \ge 0, \\ \dfrac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \le 0. \end{cases}$

C4 Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.

а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.

б) Найдите угол BAD, если известно, что сторона $AD = 8$ и $KT = 4$.

Тренировочная работа

в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

14 ноября 2013 года

11 класс

Вариант МА10203

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс.

Фамилия

Имя

Отчество.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

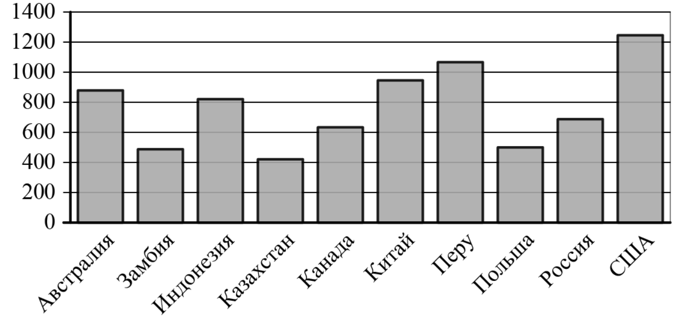
B1 В доме, в котором живёт Игорь, один подъезд. На каждом этаже по шесть квартир. Игорь живёт в квартире 69. На каком этаже живёт Игорь?

Ответ: ___________________________.

B2 Для покраски потолка требуется 160 г краски на 1 $м^2$. Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 64 $м^2$?

Ответ: ___________________________.

B3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



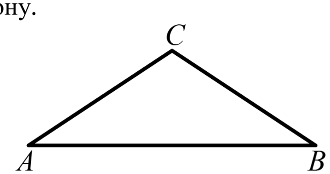
Ответ: ___________________________.

B4 Для группы иностранных гостей требуется купить путеводители в количестве 10 штук. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	**Цена одного путеводителя (руб.)**	**Стоимость доставки (руб.)**	**Доп. условия**
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3500 руб.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3000 руб.

Ответ: ___________________________.

B5 Периметр равнобедренного треугольника равен 22. Основание равно 10. Найдите боковую сторону.



Ответ: ___________________________.

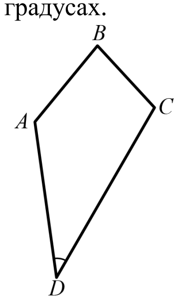
B6 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 10 прыгунов из Великобритании и 3 прыгуна из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать девятым будет выступать прыгун из Канады.

Ответ: ___________________________.

B7 Найдите корень уравнения $\sqrt{18+9x}=6$.

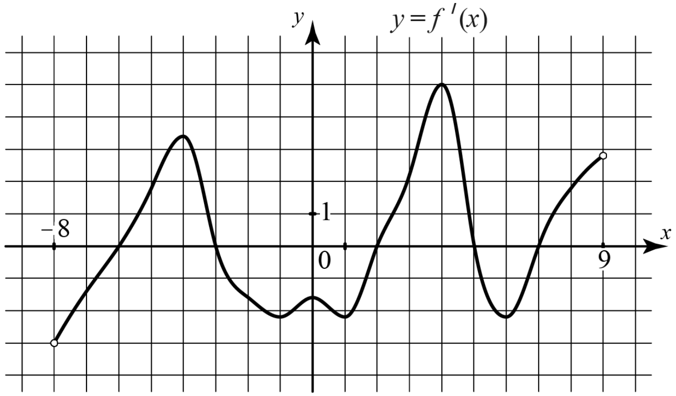
Ответ: ___________________________.

B8 Сумма трёх углов выпуклого четырёхугольника равна $322°$. Найдите его четвёртый угол. Ответ дайте в градусах.



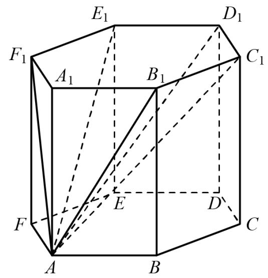
Ответ: ___________________________.

B9 На рисунке изображён график производной $y=f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2;8]$.



Ответ: ___________________________.

B10 Площадь основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равна 3, а боковое ребро равно 7. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 данной призмы.



Ответ: ___________________________.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно

B11 Найдите значение выражения

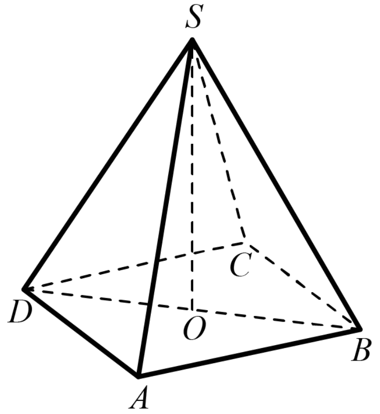
$$-\frac{4}{\sin^2 27° + \sin^2 117°}.$$

Ответ: ___________________________.

B12 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6\cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5\cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC\log_2\frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 84 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: ___________________________.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SA = 13$, $BD = 10$. Найдите длину отрезка SO.



Ответ: ___________________________.

B14 Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Пешеход прошёл путь из А в В за 2 часа 45 минут. Время его движения на спуске составило 1 час 15 минут. С какой скоростью пешеход шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 2 км/ч? Ответ выразите в км/ч.

Ответ: ___________________________.

B15 Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 3x^2 - 2$ на отрезке $\left[-3; \frac{1}{2}\right]$.

Ответ: ___________________________.

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

C2 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM.

C3 Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{6x^2+5x}\left(2x^2 - 3x + 1\right) \geq 0, \\ \dfrac{20x^2 - 32x + 3}{3x^2 + 7x + 2} \leq 0. \end{cases}$

C4 Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.

а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.

б) Найдите угол BAD, если известно, что $AD = 6$ и $KT = 3$.

Тренировочная работа

в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

14 ноября 2013 года

11 класс

Вариант МА10204

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс.

Фамилия

Имя

Отчество.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

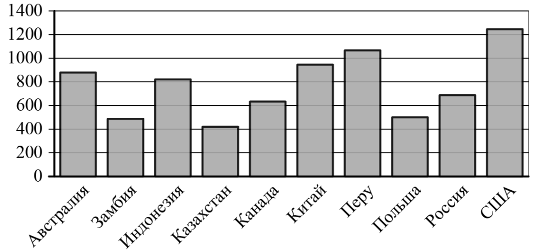
B1 Поезд Казань-Москва отправляется в $21:35$, а прибывает в $10:35$ на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: ___________________________.

B2 Для покраски потолка требуется 280 г краски на 1 м^2. Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 61 м^2?

Ответ: ___________________________.

B3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?



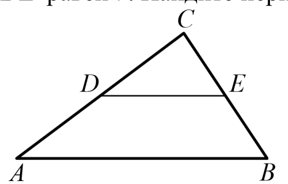
Ответ: ___________________________.

B4 Для группы иностранных гостей требуется купить путеводители в количестве 20 штук. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	**Цена одного путеводителя (руб.)**	**Стоимость доставки (руб.)**	**Доп. условия**
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7000 руб.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6500 руб.

Ответ: ___________________________.

B5 Отрезок DE — средняя линия треугольника ABC, параллельная стороне AB. Периметр треугольника CDE равен 7. Найдите периметр треугольника ABC.



Ответ: ___________________________.

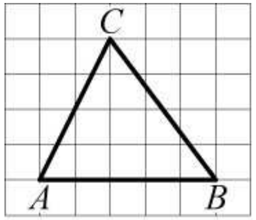
B6 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Голландии и 6 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Ответ: ___________________________.

B7 Найдите корень уравнения $\sqrt{13+4x}=7$.

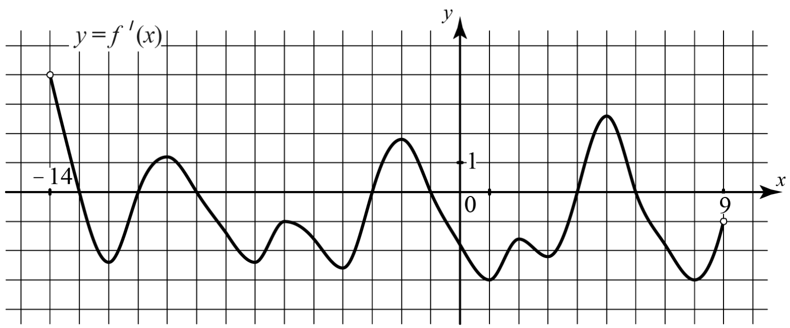
Ответ: ___________________________.

B8 На клетчатой бумаге с квадратными клетками изображён треугольник ABC. Найдите тангенс угла C.



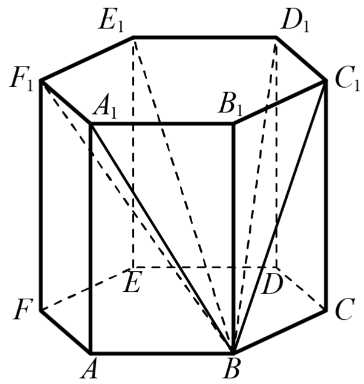
Ответ: ____________________________.

B9 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 7]$.



Ответ: ____________________________.

B10 Площадь основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равна 2, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины B, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 данной призмы.



Ответ: ____________________________.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно

B11 Найдите значение выражения

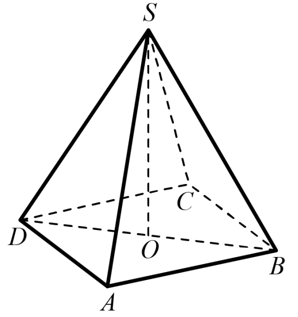
$$-\frac{6}{\sin^2 139° + \sin^2 229°}.$$

Ответ: ____________________________.

B12 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 42 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: ____________________________.

B13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SD = 5$, $BD = 6$. Найдите длину отрезка SO.



Ответ: ___________________________.

B14 Два человека отправляются одновременно из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,5 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,4 км/ч, а другой — со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от места отправления произойдёт их встреча? Ответ выразите в километрах.

Ответ: ___________________________.

B15 Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 7$ на отрезке $\left[-\frac{1}{2}; 3\right]$.

Ответ: ___________________________.

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

C2 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны 2. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM.

C3 Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{6x^2-x-1}\left(2x^2-5x+3\right) \geq 0, \\ \dfrac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leq 0. \end{cases}$

C4 Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.
б) Найдите угол BAD, если известно, что сторона $AD = 8$ и $KT = 4$.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $7\cdot 9^{x^2-3x+1}+5\cdot 6^{x^2-3x+1}-48\cdot 4^{x^2-3x}=0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;2]$.

Решение.
а) Преобразуем уравнение:

$$7\cdot 9^{x^2-3x+1}+5\cdot 6^{x^2-3x+1}-12\cdot 4^{x^2-3x+1}=0;$$

$$7\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^{x^2-3x+1}+5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1}-12=0,$$

откуда $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1}=1$ или $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1}=-\frac{12}{7}$.

У второго уравнения решений нет.

Преобразуем первое уравнение: $x^2-3x+1=0$, откуда $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

б) Оценим $\sqrt{5}$ снизу и сверху целыми числами: $2<\sqrt{5}<3$. Тогда

$$\frac{5}{2}<\frac{3+\sqrt{5}}{2}<3 \text{ и } 0<\frac{3-\sqrt{5}}{2}<\frac{1}{2}.$$

Значит, отрезку $[-1;2]$ принадлежит только $x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

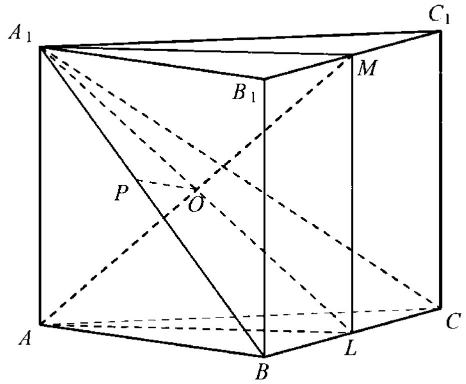
Ответ: а) $\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$; б) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2

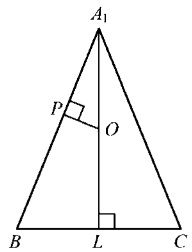
Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM.

Решение.
Пусть данное сечение призмы — квадрат AA_1ML. Тогда его диагонали перпендикулярны: $AM\perp A_1L$, а по теореме о трёх перпендикулярах $AM\perp BC$. Следовательно, $AM\perp A_1BC$. Отсюда следует, что искомым расстоянием между прямыми A_1B и AM является длина перпендикуляра OP, опущенного из точки O пересечения диагоналей квадрата AA_1ML на прямую A_1B, так как $OP\perp A_1B$ и $OP\perp AM$.



Сторона квадрата AA_1ML равна высоте треугольника ABC, то есть $AL=\sqrt{21}$, а его диагональ $A_1L=\sqrt{42}$. В равнобедренном треугольнике A_1BC основание $BC=2\sqrt{7}$, боковая сторона $A_1B=7$. Отсюда, используя подобие треугольников A_1OP и A_1BL, найдём

$$OP=\frac{A_1O\cdot LB}{A_1B}=\frac{A_1L\cdot BC}{4A_1B}=\frac{\sqrt{42}\cdot 2\sqrt{7}}{4\cdot 7}=\frac{\sqrt{6}}{2}.$$



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено ИЛИ при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3

Решите систему неравенств $\begin{cases}\log_{6x^2-x-1}\left(2x^2-5x+3\right)\geq 0,\\ \dfrac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1}\leq 0.\end{cases}$

__Решение.__

Решим первое неравенство. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $0<6x^2-x-1<1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases}6x^2-x-1>0,\\ 6x^2-x-1<1,\\ 2x^2-5x+3>0,\\ 2x^2-5x+3\leq 1;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x-1)(3x+1)>0,\\ (2x+1)(3x-2)<0,\\ (x-1)(2x-3)>0,\\ (x-2)(2x-1)\leq 0.\end{cases}$$

Решением этой системы будет интервал $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3}\right)$.

Второй случай: $6x^2-x-1>1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases}6x^2-x-1>1,\\ 2x^2-5x+3\geq 1;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+1)(3x-2)>0,\\ (x-2)(2x-1)\geq 0.\end{cases}$$

Получаем: $x<-\dfrac{1}{2}$ или $x\geq 2$.

Решение первого неравенства: $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3}\right)\cup\left[2;+\infty\right)$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1}\leq 0;\quad \frac{(x-2)(12x-7)}{(x+1)(4x-1)}\leq 0.$$

Решение второго неравенства: $\left(-1;\dfrac{1}{4}\right)\cup\left[\dfrac{7}{12};2\right]$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств:

$$\left(-1;-\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{7}{12};\frac{2}{3}\right)\cup\{2\}.$$

Ответ: $\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)$; $\left[\dfrac{7}{12};\dfrac{2}{3}\right)$; 2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4

Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.

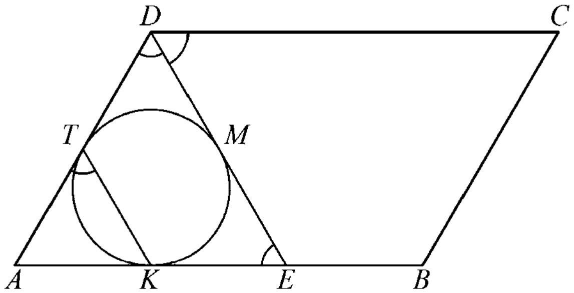
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.

б) Найдите угол BAD, если известно, что $AD=6$ и $KT=3$.

__Решение.__

а) Прямые AE и CD параллельны, а DE — биссектриса угла ADC, поэтому $\angle AED=\angle CDE=\angle ADE$. Значит, треугольник ADE равнобедренный, $AD=AE$. Отрезки AK и AT касательных, проведённых к окружности из точки A, равны, значит, треугольник ATK также равнобедренный, причём угол при вершине A у этих треугольников общий. Поэтому $\angle ATK=\angle ADE$. Следовательно, $KT\parallel DE$.

б) Пусть окружность касается основания DE равнобедренного треугольника ADE в точке M. Тогда M — середина DE. Обозначим $DM=x$. Тогда $DT=DM=x$, $AT=AD-DT=6-x$. Треугольник ATK подобен треугольнику ADE, поэтому $\dfrac{AT}{AD}=\dfrac{TK}{DE}$, или $\dfrac{6-x}{6}=\dfrac{3}{2x}$. Отсюда находим, что $x=3$. Тогда $DE=2x=6$, значит, треугольник ADE равносторонний. Следовательно, $\angle BAD=60^\circ$.



Ответ: $60°$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1

а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1}+4^{x^2-2x}=20$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;2]$.

Решение.
а) Преобразуем уравнение:

$$4\cdot 4^{x^2-2x}+4^{x^2-2x}=20;\quad 4^{x^2-2x}=4;\quad x^2-2x=1;\quad x^2-2x-1=0,$$

откуда $x=1\pm\sqrt{2}$.
б) Оценим $\sqrt{2}$ снизу и сверху целыми числами: $1<\sqrt{2}<2$. Тогда

$$2<1+\sqrt{2}<3 \quad\text{и}\quad -1<1-\sqrt{2}<0.$$

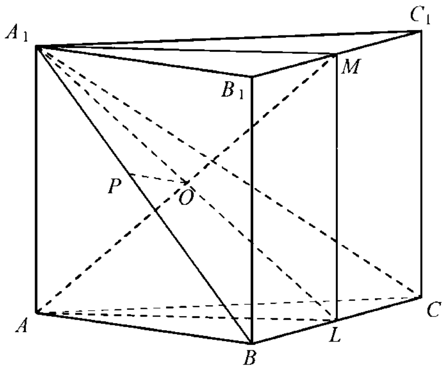
Значит, отрезку $[-1;2]$ принадлежит только $x=1-\sqrt{2}$.
Ответ: а) $1\pm\sqrt{2}$; б) $1-\sqrt{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

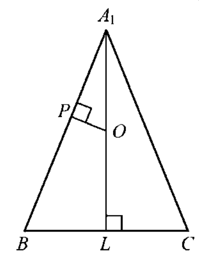
С2

Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны 2. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM.

Решение.
Пусть данное сечение призмы — квадрат AA_1ML. Тогда его диагонали перпендикулярны: $AM\perp A_1L$, а по теореме о трёх перпендикулярах $AM\perp BC$. Следовательно, $AM\perp A_1BC$. Отсюда следует, что искомым расстоянием между прямыми A_1B и AM является длина перпендикуляра OP, опущенного из точки O пересечения диагоналей квадрата AA_1ML на прямую A_1B, так как $OP\perp A_1B$ и $OP\perp AM$.



Сторона квадрата AA_1ML равна высоте треугольника ABC, то есть $AL=\sqrt{3}$, а его диагональ $A_1L=\sqrt{6}$. В равнобедренном треугольнике A_1BC основание $BC=2$, боковая сторона $A_1B=\sqrt{7}$. Отсюда, используя подобие треугольников A_1OP и A_1BL, найдём $OP=\dfrac{A_1O\cdot LB}{A_1B}=\dfrac{A_1L\cdot LB}{2A_1B}=\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$.



Ответ: $\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено ИЛИ при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{6x^2+5x}\left(2x^2-3x+1\right) \ge 0, \\ \dfrac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \le 0. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $0 < 6x^2+5x < 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2+5x>0, \\ 6x^2+5x<1, \\ 2x^2-3x+1>0, \\ 2x^2-3x+1 \le 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x(6x+5)>0, \\ (x+1)(6x-1)<0, \\ (x-1)(2x-1)>0, \\ x(2x-3) \le 0. \end{cases}$$

Решением этой системы будет интервал $\left(0; \dfrac{1}{6}\right)$.

Второй случай: $6x^2+5x>1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2+5x>1, \\ 2x^2-3x+1 \ge 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (x+1)(6x-1)>0, \\ x(2x-3) \ge 0. \end{cases}$$

Получаем: $x<-1$ или $x \ge \dfrac{3}{2}$.

Решение первого неравенства: $(-\infty;-1) \cup \left(0;\dfrac{1}{6}\right) \cup \left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \le 0; \quad \frac{(2x-3)(10x-1)}{(x+2)(3x+1)} \le 0.$$

Решение второго неравенства: $\left(-2;-\dfrac{1}{3}\right) \cup \left[\dfrac{1}{10};\dfrac{3}{2}\right]$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств:

$$(-2;-1) \cup \left[\frac{1}{10};\frac{1}{6}\right) \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}.$$

Ответ: $(-2;-1)$; $\left[\dfrac{1}{10};\dfrac{1}{6}\right)$; $\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.

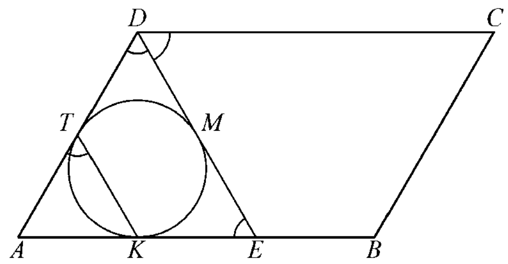
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.

б) Найдите угол BAD, если известно, что сторона $AD=8$ и $KT=4$.

Решение.

а) Прямые AE и CD параллельны, а DE — биссектриса угла ADC, поэтому $\angle AED = \angle CDE = \angle ADE$. Значит, треугольник ADE равнобедренный, $AD = AE$. Отрезки AK и AT касательных, проведённых к окружности из точки A, равны, значит, треугольник ATK также равнобедренный, причём угол при вершине A у этих треугольников общий. Поэтому $\angle ATK = \angle ADE$. Следовательно, $KT \parallel DE$.

б) Пусть окружность касается основания DE равнобедренного треугольника ADE в точке M. Тогда M — середина DE. Обозначим $DM = x$. Тогда $DT = DM = x$, $AT = AD - DT = 8 - x$. Треугольник ATK подобен треугольнику ADE, поэтому $\dfrac{AT}{AD} = \dfrac{TK}{DE}$, или $\dfrac{8-x}{8} = \dfrac{4}{2x}$. Отсюда находим, что $x = 4$. Тогда $DE = 2x = 8$, значит, треугольник ADE равносторонний. Следовательно, $\angle BAD = \angle EAD = 60°$.



Ответ: $60°$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Вариант МА10201

Ответы к заданиям

№	Отве
B1	12
B2	7
B3	3
B4	7400
B5	6
B6	0,2
B7	2
B8	2

№ задания	Ответ
B9	2
B10	4
B11	-4
B12	2
B13	12
B14	4
B15	2

Вариант МА10202

Ответы к заданиям

№	Отве
B1	13
B2	7
B3	6
B4	3700
B5	14
B6	0,1
B7	9
B8	38

№ задания	Ответ
B9	3
B10	7
B11	-6
B12	2
B13	4
B14	4
B15	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1}+4^{x^2-2x}=20$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

Решение.
а) Преобразуем уравнение:

$$4\cdot 4^{x^2-2x}+4^{x^2-2x}=20;\quad 4^{x^2-2x}=4;\quad x^2-2x=1;\quad x^2-2x-1=0,$$

откуда $x=1\pm\sqrt{2}$.
б) Оценим $\sqrt{2}$ снизу и сверху целыми числами: $1<\sqrt{2}<2$. Тогда

$$2<1+\sqrt{2}<3 \quad\text{и}\quad -1<1-\sqrt{2}<0.$$

Значит, отрезку $[-1; 2]$ принадлежит только $x=1-\sqrt{2}$.

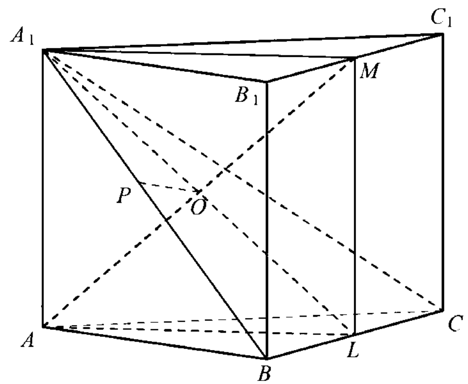
Ответ: а) $1\pm\sqrt{2}$; б) $1-\sqrt{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2

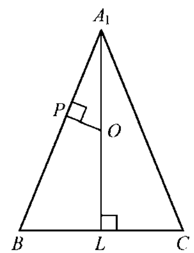
Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM.

Решение.
Пусть данное сечение призмы — квадрат AA_1ML. Тогда его диагонали перпендикулярны: $AM\perp A_1L$, а по теореме о трёх перпендикулярах $AM\perp BC$. Следовательно, $AM\perp A_1BC$. Отсюда следует, что искомым расстоянием между прямыми A_1B и AM является длина перпендикуляра OP, опущенного из точки O пересечения диагоналей квадрата AA_1ML на прямую A_1B, так как $OP\perp A_1B$ и $OP\perp AM$.



Сторона квадрата AA_1ML равна высоте треугольника ABC, то есть $AL=\sqrt{21}$, а его диагональ $A_1L=\sqrt{42}$. В равнобедренном треугольнике A_1BC основание $BC=2\sqrt{7}$, боковая сторона $A_1B=7$. Отсюда, используя подобие треугольников A_1OP и A_1BL, найдём

$$OP=\frac{A_1O\cdot LB}{A_1B}=\frac{A_1L\cdot BC}{4A_1B}=\frac{\sqrt{42}\cdot 2\sqrt{7}}{4\cdot 7}=\frac{\sqrt{6}}{2}.$$



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено ИЛИ при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3

Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{6x^2+5x}\left(2x^2-3x+1\right) \ge 0, \\ \dfrac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \le 0. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $0 < 6x^2+5x < 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2+5x>0, \\ 6x^2+5x<1, \\ 2x^2-3x+1>0, \\ 2x^2-3x+1\le 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x(6x+5)>0, \\ (x+1)(6x-1)<0, \\ (x-1)(2x-1)>0, \\ x(2x-3)\le 0. \end{cases}$$

Решением этой системы будет интервал $\left(0;\dfrac{1}{6}\right)$.

Второй случай: $6x^2+5x>1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2+5x>1, \\ 2x^2-3x+1\ge 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (x+1)(6x-1)>0, \\ x(2x-3)\ge 0. \end{cases}$$

Получаем: $x<-1$ или $x\ge\dfrac{3}{2}$.

Решение первого неравенства: $(-\infty;-1)\cup\left(0;\dfrac{1}{6}\right)\cup\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2}\le 0; \quad \frac{(2x-3)(10x-1)}{(x+2)(3x+1)}\le 0.$$

Решение второго неравенства: $\left(-2;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left[\dfrac{1}{10};\dfrac{3}{2}\right]$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств:

$$(-2;-1)\cup\left[\frac{1}{10};\frac{1}{6}\right)\cup\left\{\frac{3}{2}\right\}.$$

Ответ: $(-2;-1)$; $\left[\dfrac{1}{10};\dfrac{1}{6}\right)$; $\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4

Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.

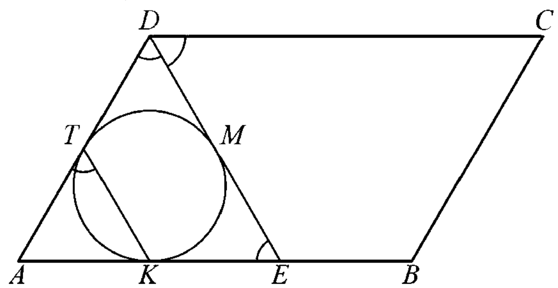
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.

б) Найдите угол BAD, если известно, что $AD=6$ и $KT=3$.

Решение.

а) Прямые AE и CD параллельны, а DE — биссектриса угла ADC, поэтому $\angle AED=\angle CDE=\angle ADE$. Значит, треугольник ADE равнобедренный, $AD=AE$. Отрезки AK и AT касательных, проведённых к окружности из точки A, равны, значит, треугольник ATK также равнобедренный, причём угол при вершине A у этих треугольников общий. Поэтому $\angle ATK=\angle ADE$. Следовательно, $KT \parallel DE$.

б) Пусть окружность касается основания DE равнобедренного треугольника ADE в точке M. Тогда M — середина DE. Обозначим $DM=x$. Тогда $DT=DM=x$, $AT=AD-DT=6-x$. Треугольник ATK подобен треугольнику ADE, поэтому $\dfrac{AT}{AD}=\dfrac{TK}{DE}$, или $\dfrac{6-x}{6}=\dfrac{3}{2x}$. Отсюда находим, что $x=3$. Тогда $DE=2x=6$, значит, треугольник ADE равносторонний. Следовательно, $\angle BAD=60^\circ$.



Ответ: 60°.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

а) Решите уравнение $7\cdot 9^{x^2-3x+1}+5\cdot 6^{x^2-3x+1}-48\cdot 4^{x^2-3x}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;2]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$7\cdot 9^{x^2-3x+1}+5\cdot 6^{x^2-3x+1}-12\cdot 4^{x^2-3x+1}=0;$$

$$7\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^{x^2-3x+1}+5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1}-12=0,$$

откуда $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1}=1$ или $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1}=-\frac{12}{7}$.

У второго уравнения решений нет.

Преобразуем первое уравнение: $x^2-3x+1=0$, откуда $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

б) Оценим $\sqrt{5}$ снизу и сверху целыми числами: $2<\sqrt{5}<3$. Тогда

$$\frac{5}{2}<\frac{3+\sqrt{5}}{2}<3 \text{ и } 0<\frac{3-\sqrt{5}}{2}<\frac{1}{2}.$$

Значит, отрезку $[-1;2]$ принадлежит только $x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Ответ: а) $\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$; б) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

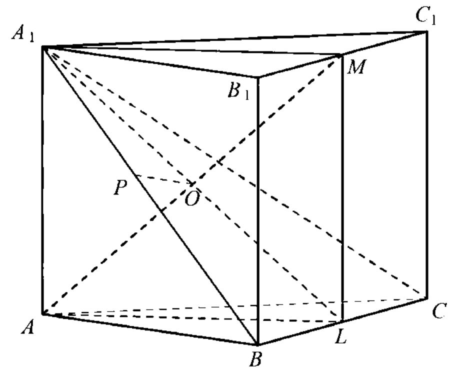
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2

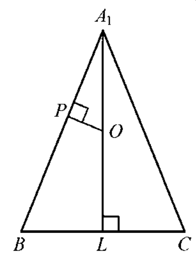
Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны 2. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM.

Решение.

Пусть данное сечение призмы — квадрат AA_1ML. Тогда его диагонали перпендикулярны: $AM\perp A_1L$, а по теореме о трёх перпендикулярах $AM\perp BC$. Следовательно, $AM\perp A_1BC$. Отсюда следует, что искомым расстоянием между прямыми A_1B и AM является длина перпендикуляра OP, опущенного из точки O пересечения диагоналей квадрата AA_1ML на прямую A_1B, так как $OP\perp A_1B$ и $OP\perp AM$.



Сторона квадрата AA_1ML равна высоте треугольника ABC, то есть $AL=\sqrt{3}$, а его диагональ $A_1L=\sqrt{6}$. В равнобедренном треугольнике A_1BC основание $BC=2$, боковая сторона $A_1B=\sqrt{7}$. Отсюда, используя подобие треугольников A_1OP и A_1BL, найдём $OP=\frac{A_1O\cdot LB}{A_1B}=\frac{A_1L\cdot LB}{2A_1B}=\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$.



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено ИЛИ при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3 Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{6x^2-x-1}\left(2x^2-5x+3\right)\geq 0, \\ \dfrac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1}\leq 0. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $0<6x^2-x-1<1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2-x-1>0, \\ 6x^2-x-1<1, \\ 2x^2-5x+3>0, \\ 2x^2-5x+3\leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (2x-1)(3x+1)>0, \\ (2x+1)(3x-2)<0, \\ (x-1)(2x-3)>0, \\ (x-2)(2x-1)\leq 0. \end{cases}$$

Решением этой системы будет интервал $\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$.

Второй случай: $6x^2-x-1>1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2-x-1>1, \\ 2x^2-5x+3\geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (2x+1)(3x-2)>0, \\ (x-2)(2x-1)\geq 0. \end{cases}$$

Получаем: $x<-\frac{1}{2}$ или $x\geq 2$.

Решение первого неравенства: $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)\cup[2;+\infty)$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1}\leq 0; \quad \frac{(x-2)(12x-7)}{(x+1)(4x-1)}\leq 0.$$

Решение второго неравенства: $\left(-1;\frac{1}{4}\right)\cup\left[\frac{7}{12};2\right]$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств:

$$\left(-1;-\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{7}{12};\frac{2}{3}\right)\cup\{2\}.$$

Ответ: $\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$; $\left[\frac{7}{12};\frac{2}{3}\right)$; 2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.

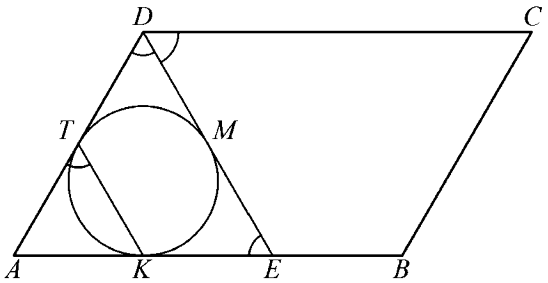
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.

б) Найдите угол BAD, если известно, что сторона $AD=8$ и $KT=4$.

Решение.

а) Прямые AE и CD параллельны, а DE — биссектриса угла ADC, поэтому $\angle AED=\angle CDE=\angle ADE$. Значит, треугольник ADE равнобедренный, $AD=AE$. Отрезки AK и AT касательных, проведённых к окружности из точки A, равны, значит, треугольник ATK также равнобедренный, причём угол при вершине A у этих треугольников общий. Поэтому $\angle ATK=\angle ADE$. Следовательно, $KT\parallel DE$.

б) Пусть окружность касается основания DE равнобедренного треугольника ADE в точке M. Тогда M — середина DE. Обозначим $DM=x$. Тогда $DT=DM=x$, $AT=AD-DT=8-x$. Треугольник ATK подобен треугольнику ADE, поэтому $\frac{AT}{AD}=\frac{TK}{DE}$, или $\frac{8-x}{8}=\frac{4}{2x}$. Отсюда находим, что $x=4$. Тогда $DE=2x=8$, значит, треугольник ADE равносторонний. Следовательно, $\angle BAD=\angle EAD=60^\circ$.



Ответ: $60°$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Вариант МА10203

Ответы к заданиям

№	Отве
B1	12
B2	7
B3	3
B4	3700
B5	6
B6	0,1
B7	2
B8	38

№ задания	Ответ
B9	2
B10	7
B11	-4
B12	2
B13	12
B14	4
B15	2

Вариант МА10204

Ответы к заданиям

№	Отве
B1	13
B2	7
B3	6
B4	7400
B5	14
B6	0,2
B7	9
B8	2

№ задания	Ответ
B9	3
B10	4
B11	-6
B12	2
B13	4
B14	4
B15	3